

Karl Krauß: Konstruktionsprinzipien gotischer Gewölbe

Karl Krauß ist Leiter der Landesstelle für Baustatik in Tübingen. Seit vielen Jahren gilt sein Interesse nicht nur den statischen Problemen des Bauens und der Baustoffe, sondern auch der Geschichte dieses Zweiges der Ingenieurkunst. Dabei stand neben der theoretischen Beschäftigung, von der die folgende Untersuchung gotischer Konstruktionsfiguren zeugt, stets auch der praktische Rat im Einzelfall des denkmalpflegerischen Alltags. In vielen Fällen ist es ihm gelungen, durch konstruktive, über die oft starre Haltung mancher heutiger Statiker hinausführende Vorschläge dazu beizutragen, daß mehr alte Bausubstanz (meist auch für weniger Geld) gerettet werden konnte, als zunächst möglich schien. Die Wallfahrtskirche Steinhausen, die Stiftskirche in Herrenberg, das Münster in Freiburg und das Rathaus in Isny seien stellvertretend für viele andere Beispiele genannt. Das Landesdenkmalamt schuldet dieser Hilfe großen Dank.

Die Diskussion um den Gefährdungsgrad der Gewölbe des Freiburger Münsters hat erneut den Wunsch geweckt, nähere Angaben über die Bemessungsregeln der gotischen Baumeister zu besitzen, mittels der sie die Form ihrer Bögen und Gewölbe bestimmten.

In einer Zeit, in der es selbstverständlich geworden ist, die Tragfähigkeit von Gebäuden durch statische Berechnungen zu ermitteln, ist es nicht verwunderlich, daß immer wieder Spekulationen über vermutete statische Fachkenntnisse der Hüttenbauleute auftauchen.

Genährt werden derartige Vermutungen insbesondere durch die erstaunlichen Konstruktionsänderungen, welche den Übergang von der Romanik in die Gotik begleiten. Erinnerung sei nur an die Auflösung der Schiffswände und der Gewölbe sowie an den Entwurf kühner Strebensysteme. Sie sind in statischer Hinsicht so folgerichtig entwickelt, daß sich der Schluß auf ein entsprechendes Wissen geradezu aufdrängt.

Deshalb erschien es notwendig, den schriftlichen Überlieferungen nachzugehen. Wertbare Angaben finden sich in den zehn Büchern über die Baukunst von Leon Battista Alberti. Er unterteilte die Bögen im dreizehnten Kapitel seines dritten Buches in drei Kategorien.

Zunächst nennt er den rechten Bogen, welchen ein ganzer Halbkreis bildet und dessen Sehne durch den Kreismittelpunkt geht. Dann geht er auf den verminderten Bogen ein, der mehr die Natur eines Balkens als eines Bogens habe. Er besteht nur aus einem Teil des Halbkreises, seine Sehne liegt über dem Kreismittelpunkt. Schließlich beschreibt er noch den eckigen Bogen (Spitzbogen), der aus zwei verminderten Bögen besteht. Ihre Mittelpunkte liegen auf der Verbindungslinie der Auflagerepunkte.

Nach Alberti waren demnach alle Bögen mit dem Zirkel konstruierbar. Sie sind als Weiterentwicklungen des in der Romanik noch vorherrschenden römischen Halbkreisbogens zu werten.

Für die Richtigkeit dieser Auffassung sprechen eine Reihe von Argumenten.

In das Mittelalter waren gewisse Kenntnisse der euklidischen Geometrie über die Völkerwanderungszeit hinübergerettet

worden, während das Studium der arithmetischen Kenntnisse des Altertums erst zu Lebzeiten Albertis und danach wieder aufgenommen wurde. Deshalb gehörten Zirkel und Richtscheit zu den hauptsächlichsten Hilfsmitteln der Baumeister. Mathematische Untersuchungen waren ihnen – abgesehen von einfachen Rechenoperationen – nicht geläufig. Deshalb mußten sich ihre Risse auf geometrisch leicht konstruierbare Formen beschränken.

Wie gering der Einfluß mathematischer Erkenntnisse auf das Baugeschehen auch noch in der Folgezeit blieb, zeigt eine Episode aus dem Jahr 1743. Damals führten drei Patres, Thomas le Seur, François Jacquier und Ruggero Giuseppe Boscovich, im Auftrag von Papst Benedikt XIV. statische Untersuchungen über die Schäden an der Peterskuppel in Rom durch. Trotz einiger Unzulänglichkeiten ihrer Berechnungen kamen sie zu dem im Prinzip richtigen Ergebnis, die vorhandenen eisernen Zugringe zu verstärken.

Der für die damalige Zeit völlig neuartige Weg, der von den Verfassern des Gutachtens mit einer an die Adresse der Praktiker und Baufachleute gerichteten Entschuldigung aufgezeigt wurde, erweckte in deren Reihen den heftigsten Protest. Ihre Entgegnungen gipfelten in dem Argument: Michelangelo habe über keine mathematischen Kenntnisse verfügt und sei trotzdem imstande gewesen, die Kuppel zu entwerfen. Zwar sei die Mathematik eine achtenswerte Wissenschaft, doch habe man sie in diesem Fall mißbraucht.

Diese ablehnende Haltung der Fachwelt zeigt gleichermaßen wie eine Betrachtung der Geschichte des Bauingenieurwesens, daß die Konstruktionen des Mittelalters keinesfalls auf statischen Berechnungen beruhten.

Erste Zeichnungen, die sich mit dem Zusammensetzen von Kräften auseinandersetzten, finden sich in den Skizzenbüchern von Leonardo da Vinci. Nach heutigem Kenntnisstand bemühten sich erstmals Phillipe de la Hire (1640 bis 1718) und Antoine Parent (1666 bis 1716) darum, die Gleichgewichtsbedingungen eines Bogens durch mathematisch-statische Überlegungen zu erfassen.

Schließlich muß auch bedacht werden, daß die Übertragung der Risse auf das Bauwerk bei den damals gegebenen Möglichkeiten die Anwendung einfacher Bogenformen nahelegte. Mit dem Zirkel lassen sich Bögen oder Teile

derselben leicht beschreiben und mit der Schnur ohne Schwierigkeit auf Lehren übertragen. Den Aussagen Albertis wäre demnach selbst dann ein hoher Wahrheitsgrad beizumessen, wenn keine weiteren Belege vorhanden wären.

Bestätigungen für die Hinweise Albertis finden sich jedoch in dem rund 200 Jahre älteren Bauhüttenbuch von Villard de Honnecourt. Auf Tafel 41 ist die Konstruktion von drei Bogenformen überliefert. Der zugehörige Text lautet in der Übersetzung von Hahnloser: „Auf diese Weise macht man drei Arten von Bögen, indem man den Zirkel nur einmal öffnet.“ Dargestellt sind ein Halbkreisbogen und zwei ver-

schiedene Spitzbögen, deren Konstruktion in Abbildung 1 wiedergegeben ist.

Der Halbkreisbogen wird durch Einsetzen des Zirkels im Mittelpunkt M gezogen. Durch die Spreizung seiner Schenkel ist der Radius festgelegt, der nach Villards Angaben für die beiden anderen Bogenarten unverändert belassen werden soll.

Setzt man nun den Zirkel im Auflagerpunkt B ein und zieht von M aus einen Kreis bis zum Schnittpunkt mit dem Halbkreis, so erhält man einen Spitzbogen, dessen Scheitel E über dem Halbpunkt C der Strecke MB liegt. Dieser Spitzbogen über der Basis MB, der von Villard wohl der Übersichtlichkeit halber spiegelbildlich aufgetragen wurde, umschließt ein gleichseitiges Dreieck, das in der gotischen Baukunst eine nicht unerhebliche Rolle spielt.

Der zweite Spitzbogen wird durch Einsetzen des unveränderten Zirkels in Punkt C gewonnen. C wird bestimmt durch den Schnitt der Linie EE' mit der Basis des Halbkreisbogens. Wie bereits dargelegt, halbiert er die Strecke MB ($\cos 60^\circ = 0,5$). Dieser Spitzbogen ist durch die Auflagerpunkte D und B und damit der Basis DB sowie durch den Scheitelpunkt F festgelegt. Er ist wesentlich flacher als der erste Spitzbogen.

Damit sind die Konstruktionsregeln für zwei Arten von gotischen Bögen bekannt, die offenbar zu Beginn des 13. Jahrhunderts üblich waren. Zusätzliche Angaben Villards ermöglichen jedoch die Rekonstruktion weiterer Bogenarten.

Auf Tafel 40 gibt er nämlich Regeln für die Ermittlung der Fugeneigungen von Schlußsteinen an. Die Deutung der dargestellten Stricheinteilungen durch M. L. Cox ist sinnvoll und geometrisch richtig. Er nimmt an, daß sie Strecken bezeichnen, die auf einem Schenkel eines Steinmetzwinkels und längs der Mittelsenkrechten einzuhalten sind, damit der andere durch den Endpunkt der Streckeneinteilung auf der Mittelsenkrechten gelegte Winkelschenkel die einseitige Fugeneigung des Schlußsteines aufzeigt. Zur Verdeutlichung der Regeln ist auf Abbildung 2 die Fugenermittlung für das Verhältnis der Strecken 1:4 dargestellt.

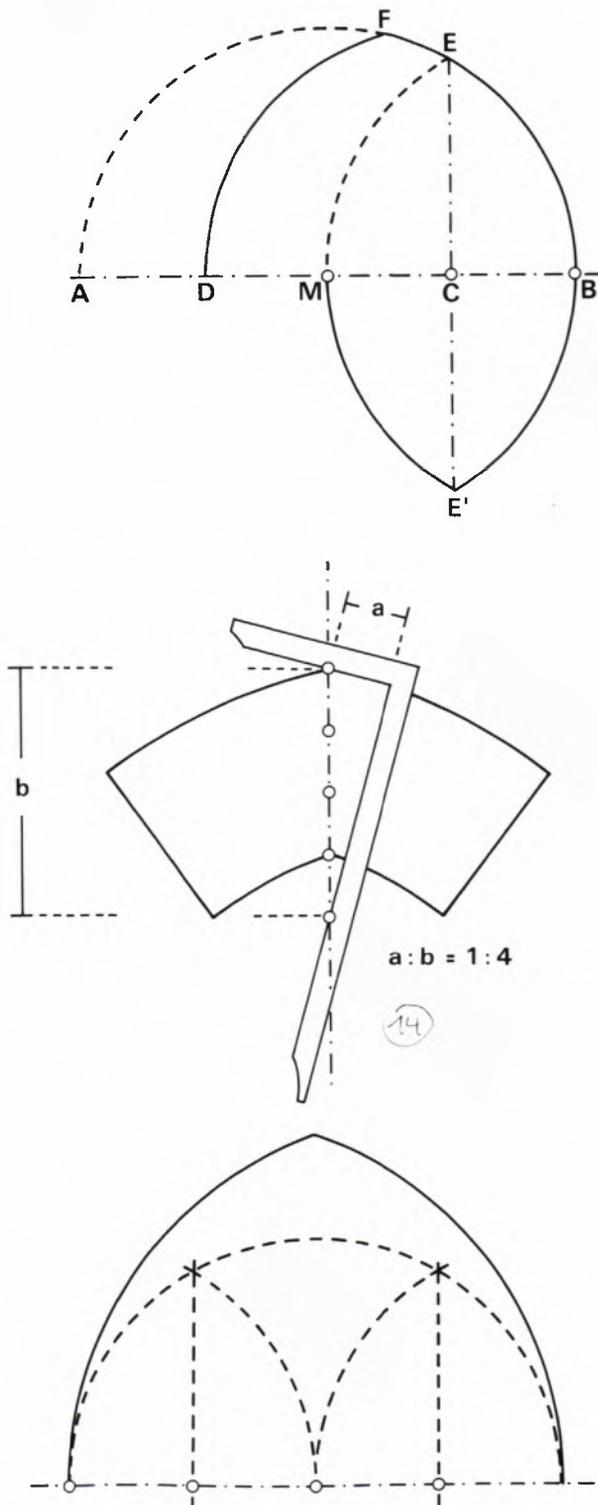
Um die entsprechenden Angaben werten zu können, müssen die Fugeneigungen der Schlußsteine für die beiden auf Tafel 41 dargestellten Spitzbögen (Abbildung 1) ermittelt werden. Sie betragen 1:2 für den steileren und 1:4 für den flacheren Bogen.

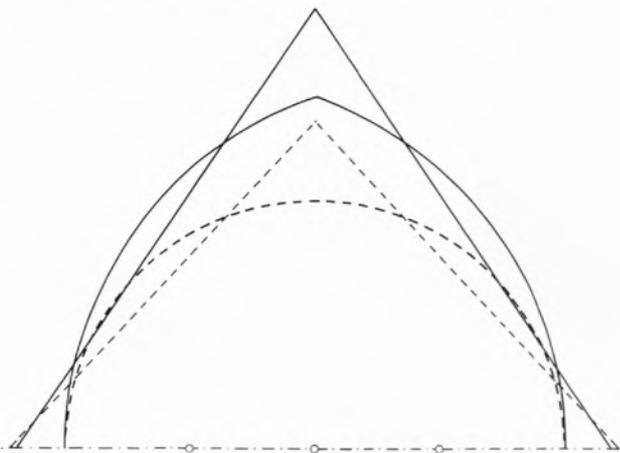
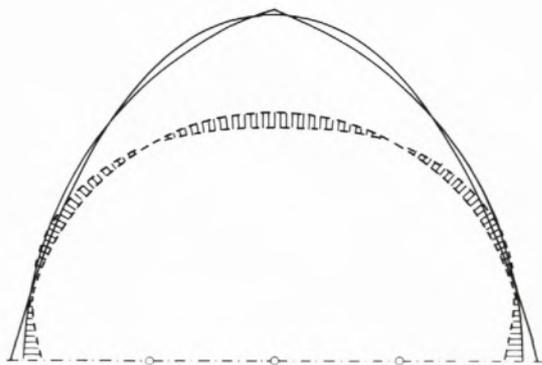
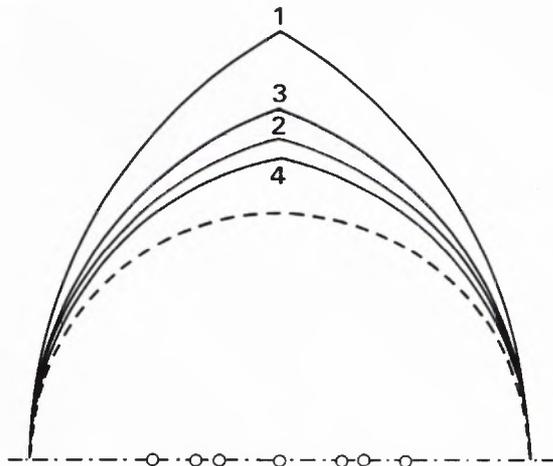
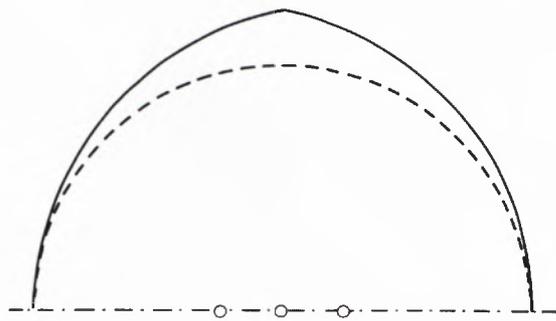
Durch Vierteilung der Basis des Halbkreisbogens mit dem Radius r und Einsatz des Zirkels mit dem Radius 1,5 r jeweils in den Viertelpunkten ergibt sich ein Streckenverhältnis für die Fugeneigung des Schlußsteines von 1:3 (Bogen Abbildung 3) und bei einer Teilung der Basis in acht gleiche Teile und Einsatz des Zirkels mit dem Radius 1,25 r jeweils in den dem Mittelpunkt nächstgelegenen Teilungspunkten ein solches von 1:5 (Bogen Abbildung 4). Auf diese Neigungsverhältnisse der Schlußsteinfugen hat Villard ebenfalls hingewiesen.

Damit sind die in Abbildung 5 zusammengestellten Bogenarten durch Angaben in dem Hüttenbaubuch von Villard de Honnecourt belegt. Interessant ist in diesem Zusammen-

KONSTRUKTION VON BOGENFORMEN.

- 1 Drei verschiedene Bögen, die mit einer ZirkelEinstellung gezeichnet werden können.
- 2 Bestimmung der Fugenschnitte für den Schlußstein des zweiten Spitzbogens (D/F/B der Abbildung 1) mittels eines Steinmetzwinkels.
- 3 Dritter Spitzbogen, der dem Seitenverhältnis $a:b = 1:3$ für die Bestimmung der Fugeneigungen seines Schlußsteines entspricht.





4 VIERTER SPITZBOGEN, der dem Seitenverhältnis $a:b = 1:5$ für die Bestimmung der Fugeneigungen seines Schlußsteines entspricht.

5 ZUSAMMENSTELLUNG der vier rekonstruierbaren Spitzbögen.

6 STÜTZLINIEN des Halbkreisbogens und des dritten Spitzbogens jeweils für den Lastfall „Bogeneigengewicht“.

7 Stützlinien des Halbkreisbogens und des dritten Spitzbogens jeweils für den Lastfall „Einzellast $P = 1$ im Scheitel“.

hang die von Hahnloser mitgeteilte Kritik an der Konstruktionsmethode Brunelleschis für die Florentiner Domkuppel.

Für die mittleren Maße der Kathedrale von Chartres hat M. L. Cox die Anwendung eines der von Villard überlieferten Konstruktionsprinzipien nachgewiesen. Danach wurden deren Rippenbögen über die Vierteilung der Basis (Bogen Abbildung 3) konstruiert.

Wie die Formen der Gewölbe des Freiburger Münsters zeigen, waren jedoch auch noch andere Konstruktionsarten üblich. Sie sind relativ flach, so daß die Form ihrer Kreuzrippen einem Halbkreisbogen nahekommt. Eine Rekonstruktion ihrer ursprünglichen Konzeption anhand von neueren Bauaufnahmen ist nicht unmittelbar möglich, da sie sich seit ihrer Erstellung stark verformt haben. Immerhin sind die Obergadenwände unter dem Horizontal Schub der Gewölbe beidseitig um etwa 10 cm nach außen gewichen. Eine derartige Vergrößerung der Spannweite brachte naturgemäß eine erhebliche Senkung der Gewölbescheitel mit sich.

Ein Rückschluß von den heutigen Formen auf den ursprünglichen Entwurf erfordert demnach die Berücksichtigung der zwischenzeitlich eingetretenen Verformungen. Beachtet man diese nur angenähert erfassbaren Einflüsse durch sinnvolle Ansätze, kommt man zu dem Ergebnis, daß die Mittelpunkte der Kreisbögen, nach denen die Gurtbögen geformt worden sind, jeweils um 2 Ellen (108 cm) von der Mittelachse weggeschoben worden sein müssen. Die Wahl einer bestimmten Anzahl von Ellen für das Versatzmaß liegt nahe, weil die Elle von Adolf Wangart am Freiburger Münster als vorherrschende Maßeinheit festgestellt wurde. Das Grundmaß wurde von ihm für die Breite des Mittelschiffes (Achsabstand der Stützenreihen) zu 21 Ellen = 35 Fuß = 11,34 m ermittelt.

Faßt man die Überlegungen zusammen, so wird deutlich, daß gotische Gewölbe nach geometrischen Regeln entworfen wurden. Prinzipielle statische Gesetzmäßigkeiten waren zwar intuitiv erkannt, für eine statische Berechnung fehlten jedoch die mathematisch-mechanischen Voraussetzungen sowie die notwendigen Kenntnisse der Materialeigenschaften. Dadurch erklären sich die vielen bekanntgewordenen Einstürze.

Inwieweit die geometrisch gewählten Bogenformen von den Stützlinien, d. h. von den statisch günstigsten Kurven abweichen, soll beispielhaft für zwei Lastfälle gezeigt werden (Abbildungen 6 und 7). Zum Vergleich sind entsprechende Angaben für den Halbkreisbogen eingetragen. Es ist dabei zu beachten, daß ein wertbarer Vergleich nur anhand der Stützlinie unter Gesamtlast möglich ist.

Literatur:

H. Straub: Die Geschichte der Bauingenieurkunst. Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1964.

M. Boas: Die Renaissance der Naturwissenschaften. Sighert Mohn Verlag Gütersloh 1965.

H. R. Hahnloser: Villard de Honnecourt. Akademische Druck- und Verlagsanstalt Graz 1972.

A. Wangart: Das Münster zu Freiburg im Breisgau im Rechten Maß. Verlag Karl Schillinger Freiburg i. Br. 1972.

M. Theurer: Leon Battista Alberti – Zehn Bücher über die Baukunst. Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt 1975.

Karl Krauß

Am Keltengrab 38

7400 Tübingen 3 · Kilchberg